KVANTITATIVNE METODE U GRAĐEVINSKOM MENADŽMENTU

predavanja 2017/18

METODA UZORAKA I TEORIJA OCJENA

1. **Statistike:definicija, raspodjele i standardne greške statistika**
2. **Teorija ocjena; vrste i grupe ocjena: tačkaste (saglasne, centrirane, efikasne) ocjene i intervalne ocjene**

V7

Raspodjela vjerovatnoće aritmetičkih sredina uzoraka

Primjer 1: Srednji vijek trajanja sijalica jednog proizvođača je 800 časova sa standardnim odstupanjem od 60 časova. Naći vjerovatnoću da srednja dužina trajanja sijalica u uzorku od 16 sijalica bude:

a) između 790 i 810 časova

b) manja od 785 časova,

c) veća od 820 časova

Rješenje

- μ_x=800 h- srednja vrijednost obilježja u osnovnom skupu,
- σ_x=60 - standardno odstupanje obilježja u osnovnom skupu,
- srednja dužina trajanja sijalica u uzorku je slučajna promjenljiva $\overline{X}$ sa normalnom raspodjelom čije su karakteristike:
  - srednja dužina trajanja sijalica u uzorku (nezavisna od veličine uzorka, jer X ima N raspodjelu): $\mu_{\bar{x}} = \mu_x = 800$
  - standardno odstupanje srednje dužine trajanja sijalica u uzorku od 16 , $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{60}{\sqrt{16}} = 15$
- Dakle raspodjela aritmetičke sredine uzorka $\overline{X}$ ima ima raspodjelu: N(800;15).

a) Treba naći vjerovatnoću da se $\overline{X}$ nađe u intervalu 790 do 810 časova, odnosno treba naći uz pomoć tablica za standardizovanu normalnu promjenljivu:

$$P(790 < \bar{X} < 810) = P\left(\frac{790-800}{15} < T < \frac{810-800}{15}\right) = P\left(T < \frac{10}{15}\right) - \left[1 - P\left(T < \frac{10}{15}\right)\right] = 0{,}7486 - 1 + 0{,}7486 = 0{,}4972$$

b) Treba naći vjerovatnoću da je $\overline{X}$ manje od 785 časova, odnosno treba naći uz pomoć tablica za standardizovanu normalnu promjenljivu:

$$P(\bar{X} < 785) = P\left(T < \frac{785-800}{15}\right) = P\left(T < -\frac{15}{15}\right) = 1 - P\left(T < \frac{15}{15}\right) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$$

c) Treba naći vjerovatnoću da je $\overline{X}$ veće od 820 časova, odnosno treba naći uz pomoć tablica za standardizovanu normalnu promjenljivu:

$$P(\bar{X} > 820) = 1 - P\left(T < \frac{820-800}{15}\right) = 1 - P\left(T < \frac{20}{15}\right) = 1 - 0{,}9082 = 0{,}1587$$

Tačkaste ocjene matematičkog očekivanja i disperzije kod normalne raspodjele

Primjer 2: Mjerenjem prečnika šipke glatke armature dobijen je uzorak od 5 mjerenja: 5,78; 5,90; 6,07; 5,97;6,15 mm. Odrediti centrirane i efikasne ocjene srednje vrijednosti i disperzije osnovnog skupa.

Rješenje

- ocjena matematičkog očekivanja (srednje vrijednosti) **μ** osnovnog skupa:
  - **uzoračka (empirijska) aritmetička sredina** (aritmetička sredina uzorka): saglasna, centrirana i najefikasnija ocjena parametra *μ:*

$$\mu \approx \bar{x} = \frac{5{,}78 + 5{,}90 + 6{,}07 + 5{,}97 + 6{,}15}{5} = 5{,}92mm$$

- procjena disperzije ***Do,*** odnosno ***σ²*** osnovnog skupa:
  - **korigovana uzoračka (empirijska) disperzija** (disperzija uzorka): saglasna, centrirana=nepristrasna, asimptotski najefikasnija ocjena parametra Do*:*

$$D_o \approx s_1^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{n}{n-1}\cdot\frac{1}{n}\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5-1}\sum_i^5 (x_i - 5{,}92)^2 = \frac{1}{4}\cdot 0{,}1438 = 0{,}03595\ mm$$

Grupe ocjena:

Saglasna (stabilna) je ocjena koja konvergira u vjerovatnoći ka parametru osnovne populacije kada n raste, odnosno ako je ispunjeno:

$\lim_{n\to\infty} P(|U - Q| < \varepsilon) = 1,$ gdje je ε proizvoljno mali pozitivan broj

Centrirana ili nepristrasna je ocjena ako je njeno matematičko očekivanje jednako parametru osnovne populacije koji se procjenjuje, odnosno ako je ispunjeno: M(U)=Q, a asimptotski centrirana je ona kod koje je ispunjeno:

$\lim_{n\to\infty} M(U) = Q$

Može se dokazati da je svaka saglasna ocjena asimptotski nepristrasna.

najefikasnija je ocjena koja je saglasna i centrirana i koja ima najmanju disperziju. Mjera njene efikasnosti je

$e(U) = \frac{D(U_o)}{D(U)} \leq 1$, gdje je su:

D(Uo)- disperzija ocjene,

D(U)- donja granica disperzije svih mogućih centriranih ocjena

asimptotski najefikasnija je ona kod koje je ispunjeno: $\lim_{n\to\infty} e(U)$ =1

Intervalne ocjene za srednju vrijednost osnovne populacije sa normalnom raspodjelom

Primjer 3: Odrediti 95% interval pouzdanosti za srednju vrijednost populacije sa normalnom raspodjelom, ako izvučeni uzorak od n=100 elemenata ima aritmetičku sredinu $\overline{x}$= 5 i ako je:

a) poznato da osnovna populacija ima disperziju σ^2=9

b) nije poznata raspodjela osnovne populacije, ali je poznato standardno odstupanje uzorka s=3,5

Rješenje

$$P\left(-k < \frac{\bar{x}-\mu_x}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} < k\right) = 1-\alpha, \text{ odnosno } P(-k < T < k) = 0{,}95$$

$$P(T < k) - P(T < -k) = 0{,}95, \text{ odnosno } P(T < k) - [1 - P(T < k)] = 0{,}95$$

$$2P(T < k) = 1 + 0{,}95, \text{ odnosno } P(T < k) = \frac{1{,}95}{2}$$

iz tablica (za normalnu raspodjelu) je k=1,96, za vjerovatnoću 0,975, pa je interval

$$P\left(\bar{x} - k\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} < \mu_x < \bar{x} + k\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

a) za poznato σ_x=3

$$P\left(5 - 1{,}96\frac{3}{\sqrt{100}} < \mu_x < 5 + 1{,}96\frac{3}{\sqrt{100}}\right) = 0{,}95$$

$$(4{,}412; 5{,}588)$$

b) kako je n≥30 može se koristiti uzoračka disperzija umjesto disperzije osnovnog skupa

$$P\left(5 - 1{,}96\frac{3{,}5}{\sqrt{100}} < \mu_x < 5 + 1{,}96\frac{3{,}5}{\sqrt{100}}\right) = 0{,}95$$

$$(4{,}314; 5{,}686)$$

Intervalne ocjene za srednju vrijednost osnovne populacije sa normalnom raspodjelom

Primjer 4: Koristeći samo jednu uočenu vrijednost x_1, naći 99% interval pouzdanosti za srednju vrijednost μ normalne populacije, s poznatom disperzijom σ^2.

Rješenje

$$P\left(-k < \frac{\overline{X} - \mu_x}{\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}} < k\right) = 1 - \alpha$$

$$P(-k < T < k) = 0{,}99$$

$$2P(T < k) = 1 + 0{,}99$$

$$P(T < k) = \frac{1{,}99}{2} = 0{,}995$$

iz tablica (za normalnu raspodjelu) je k=2,58, pa je interval

$$P\left(\bar{x} - k\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} < \mu_x < \bar{x} + k\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha, \text{ pri čemu je } \bar{x} = x_1$$

$$P\left(x_1 - 2{,}58\frac{\sigma}{\sqrt{1}} < \mu_x < x_1 + 2{,}58\frac{\sigma}{\sqrt{1}}\right) = 0{,}99$$

$$P(x_1 - 2{,}58\sigma < \mu_x < x_1 + 2{,}58\sigma) = 0{,}99$$

Intervalne ocjene za srednju vrijednost osnovne populacije sa normalnom raspodjelom

Primjer 5: Mjereći vrijeme reagovanja vozača procijenjeno je da je standardno odstupanje 0,05 sekundi. Koliko veliki uzorak treba uzeti da bi bilo sigurno da u 95% slučajeva greška procjene srednjeg rezultata neće biti veća od 0,01?

Rješenje

Iz tablica (za normalnu raspodjelu) je k=1,96 sa vjerovatnoćom 0,975, pa je interval

$$P\left(\bar{x} - k\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} < \mu_x < \bar{x} + k\frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\right) = 0{,}95$$

$$P\left(\bar{x} - 1{,}96\frac{0{,}05}{\sqrt{n}} < \mu_x < \bar{x} + 1{,}96\frac{0{,}05}{\sqrt{n}}\right) = 0{,}95$$

Iz ovoga se vidi da se procjena srednje vrijednosti populacije kreće u intervalu koji od srednje vrijednosti uzorka odstupa za ± $1{,}96\frac{0{,}05}{\sqrt{n}}$, pa je to ujedno greška ocjene srednje vrijednosti.

Uslov zadatka je:

$1{,}96\frac{0{,}05}{\sqrt{n}} \leq 0{,}01$, odakle se dobija: $n \geq 96{,}04$, odnosno **n=97**

Dakle, za uzorak od 97 ispitavnih vozača će u 95% slučajeva greška procjene srednjeg rezultata biti manja od 0,01.

Intervalne ocjene za srednju vrijednost osnovne populacije sa normalnom raspodjelom

Primjer 6: Iz osnovnog skupa (sa nomalnom raspodjelom) je na osnovu uzorka od 10 elemenata dobijena aritmetička sredina uzorka 24 i standardno uzoračko odstupanje 2,7. Izvršiti intervalnu procjenu srednje vrijednosti osnovnog skupa sa rizikom od 0,02

Rješenje:

Iz uzorka je poznato:

- aritmetička sredina uzorka $\overline{x}=24$
- standardno odstupanje $s=2,7$,

Nijesu poznate karakteristike normalne raspodjele osnovne populacije, a treba procijeniti μ i σ^2 u intervalu pouzdanosti $1-\alpha$, odnosno 0,98.

Koristi se Studentova raspodjela, za mali broj uzoraka i nepoznato σ_x:, odnosno poznato s uzorka

– broj stepeni slobode $k=n-1=10-1=9$

– rizik $\alpha=0,02$

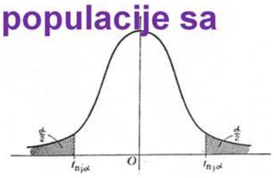
iz tablica je $t_{k;\alpha} = t_{9;\,0,02} = 2,821$, pa je interval

$$P\left(\bar{x} - t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu_x < \bar{x} + t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(24 - 2,821\frac{2,7}{\sqrt{10}} < \mu_x < 24 + 2,821\frac{2,7}{\sqrt{10}}\right) = 1 - 0,02$$

$$P(21,591 < \mu_x < 26,409) = 0,98$$

u tabeli su date vrijednosti $t\alpha$ za koje je $P(|t|>t\alpha)=\alpha$



	α							
n	0.80	0.60	0.40	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	0.325	0.727	1.376	3.078	6.314	12.706	31.823	63.657
2	0.289	0.617	1.061	1.886	2.920	4.403	6.965	9.925
3	0.277	0.584	0.978	1.638	2.353	3.182	4.531	5.841
4	0.271	0.569	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.559	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.553	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.549	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.546	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.543	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.542	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.540	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.539	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.538	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.537	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.536	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.535	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.534	0.863	1.133	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.534	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.533	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.533	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.532	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.532	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.532	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.531	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.531	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.531	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.531	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.530	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.530	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.530	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	0.255	0.529	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	0.254	0.527	0.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	0.254	0.526	0.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Osim ove tablice kvantila za Studentovu raspodjelu postoje i tablice raspodjele vjerovatnoća za studentovu raspodjelu, koje se ne koriste za intervale pouzdanosti. (vidi poslednja dva slajda)

Intervalna ocjena disperzije za osnovnu popul normalnom raspodjelom

Primjer 7: Neka je iz osnovnog normalnog skupa na slučajan način formiran uzorak od n=20 elemenata i neka je empirijska (uzoračka) disprezija $s^2=36$. Naći centriranu ocjenu za dispreziju osnovnog skupa σ^2 kao i interval pouzdanosti s rizikom 0,02.

Rješenje

- **korigovana uzoračka (empirijska) disperzija (disperzija uzorka):** saglasna, centrirana=nepristrasna, asimptotski najefikasnija ocjena parametra Dx:

$$D_x \approx s_1^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{20}{20-1}\cdot 36 = 37{,}89$$

- pošto nije poznato matematičko očekivanje osnovne populacije, onda se primjenjuju granice intervala prema

$$P\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,\frac{\alpha}{2}}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}}}\right) = 1-\alpha$$

gdje je n=20=broj stepeni slobode

$\alpha=0{,}02$, $\alpha/2=0{,}01$, $1-\alpha/2=0{,}99$

$$\chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{19;0{,}01} = 36{,}191$$

$$\chi^2_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{19;0{,}99} = 7{,}633$$

$$P\left(\frac{19\cdot 36}{36{,}191} < \sigma^2 < \frac{19\cdot 36}{7{,}633}\right) = 0{,}98$$

$$P(18{,}900 < \sigma^2 < 89{,}610) = 0{,}98$$

u tabeli su date vrijednosti tα za koje je ispunjen uslov P(T>tα)=α

k	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,50	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,000	0,001	0,004	0,016	0,064	0,455	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635	10,828
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	1,386	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210	13,816
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	2,366	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345	16,266
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	3,357	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277	18,467
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,343	4,351	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086	20,515
6	0,872	1,134	1,635	2,204	3,070	5,348	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812	22,458
7	1,239	1,564	2,167	2,833	3,822	6,346	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475	24,322
8	1,646	2,032	2,733	3,490	4,594	7,344	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090	26,124
9	2,088	2,532	3,325	4,168	5,380	8,343	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666	27,877
10	2,558	3,059	3,940	4,865	6,179	9,342	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209	29,588
11	3,053	3,609	4,575	5,578	6,989	10,341	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725	31,264
12	3,571	4,178	5,226	6,304	7,807	11,340	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217	32,909
13	4,107	4,765	5,892	7,042	8,634	12,340	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688	34,528
14	4,660	5,368	6,571	7,790	9,467	13,339	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141	36,123
15	5,229	5,985	7,261	8,547	10,307	14,339	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578	37,697
16	5,812	6,614	7,962	9,312	11,152	15,338	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000	39,252
17	6,408	7,255	8,672	10,085	12,002	16,338	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409	40,790
18	7,015	7,906	9,390	10,865	12,857	17,338	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805	42,312
19	7,633	8,567	10,117	11,651	13,716	18,338	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191	43,820
20	8,260	9,237	10,851	12,443	14,578	19,337	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566	45,315
21	8,897	9,915	11,591	13,240	15,445	20,337	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932	46,797
22	9,542	10,600	12,338	14,041	16,314	21,337	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289	48,268
23	10,196	11,293	13,091	14,848	17,187	22,337	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638	49,728
24	10,856	11,992	13,848	15,659	18,062	23,337	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980	51,179
25	11,524	12,697	14,611	16,473	18,940	24,337	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314	52,620
26	12,198	13,409	15,379	17,292	19,820	25,336	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642	54,052
27	12,879	14,125	16,151	18,114	20,703	26,336	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963	55,476
28	13,565	14,847	16,928	18,939	21,588	27,336	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278	56,892
29	14,256	15,574	17,708	19,768	22,475	28,336	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588	58,301
30	14,953	16,306	18,493	20,599	23,364	29,336	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892	59,703
35	18,509	20,027	22,465	24,797	27,836	34,336	41,778	46,059	49,802	54,244	57,342	66,619
40	22,164	23,838	26,509	29,051	32,345	39,335	47,269	51,805	55,758	60,436	63,691	73,402
45	25,901	27,720	30,612	33,350	36,884	44,335	52,729	57,505	61,656	66,555	69,957	80,077
50	29,707	31,664	34,764	37,689	41,449	49,335	58,164	63,167	67,505	72,613	76,154	86,661
60	37,485	39,699	43,188	46,459	50,641	59,335	68,972	74,397	79,082	84,580	88,379	99,607
70	45,442	47,893	51,739	55,329	59,898	69,334	79,715	85,527	90,531	96,388	100,425	112,317
80	53,540	56,213	60,391	64,278	69,207	79,334	90,405	96,578	101,879	108,069	112,329	124,839
90	61,754	64,635	69,126	73,291	78,558	89,334	101,054	107,565	113,145	119,648	124,116	137,208
100	70,065	73,142	77,929	82,358	87,945	99,334	111,667	118,498	124,342	131,142	135,807	149,449
500	429,388	437,219	449,147	459,926	473,210	499,334	526,401	540,930	553,127	567,070	576,493	603,446

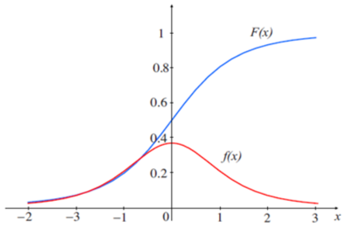
Literatura

- Vukadinović, S.: Elementi teorije verovatnoće i matematičke statistike, Privredni pergled, Beo
- Vukadinović, S.: Zbirka rešenih zadataka iz teorije verovatnoće, Privredni pergled, Beograd, 1983
- Čuljak, V: Vjerojatnost i statistika, Građevinski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, 2011, https://portal.uniri.hr/system/resources/docs/000/004/082/original/Skripta_Vera_%C4%8Culjak.pdf?1413283708
- Prof. dr Dušan Joksimović: POSLOVNA STATISTIKA, Megatrend univerzitet primenjenih nauka, Beograd, 2006.
- Pivac, S.: Statističke metode (predavanja, diplomski studij, kolegij "Statističke metode") e-nastavni materijal, Split, 2010.
- http://www.ef.uns.ac.rs/Download/metodologija_nir/20_uzorkovanje.pdf
- http://www.medfak.ni.ac.rs/PREDAVANJA/2.%20STOMATOLOGIJA/STATISTIKA/6.%20predavanje.pdf

Korišćenje tablica za Studentovu raspodjelu

Karakteristike gustine f(t) Studentove raspodjele:

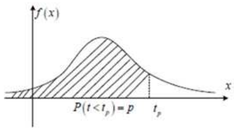
1. kriva gustine pozitivna i simetrična u odnosu na ordinatnu osu
2. apscisna osa je asimptota krive gustine za $t \to \pm\infty$
3. za $n \to \infty$, Studentova raspodjela teži normalnoj raspodjeli
4. moda, medijana i matematičko očekivanje =0
5. disperzija $D(t)=n/(n-2)$ za $n>2$



Tablice raspodjele vjerovatnoće za Studentovu raspodjelu su organizovane tako da se za poznati broj stepeni slobode ***n*** može:

1. očitati vjerovatnoća $P(t< t_\alpha)=p$ za zadato t_α , ili
2. se za zadatu vjerovatnoću ***p*** može očitati t_α
3. može sračunati vjerovatnoća da se slučajna promjenljiva nađe u nekom intervalu odnosno $P(t_{\alpha 1} <t< t_{\alpha 2})=p$

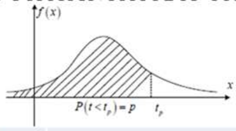
(obratiti pažnju na skice i formule iznad tablica, kako bi se rezultati pravilno tumačili!)



$$F(t)=\int_{-\infty}^{t}\frac{\Gamma(\frac{1+n}{2})}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma(\frac{n}{2})(1+\frac{x^2}{n})^{\frac{n+1}{2}}}dx$$

Tablica raspodjele vjerovatnoće za Studentovu raspodjelu

U prikazanoj tablici su date vrijednosti F(t)=P



$$F(t)=\int_{-\infty}^{t}\frac{\Gamma(\frac{1+n}{2})}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma(\frac{n}{2})(1+\frac{x^2}{n})^{\frac{n+1}{2}}}\,dx$$

n	F						
	.75	.90	.95	.975	.99	.995	.9995
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	.700	1.327	1.812	2.228	2.764	3.169	4.58[illegible]
11	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	.686	1.233	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Na osnovu ovih tablica se može za unaprijed poznati broj stepeni slobode ***n***:

1. očitati kolika je vjerovatnoća da slučajna promjenljiva ***t*** bude manja od vrijednosti ***tα*** (ove vrijednosti su unaprijed sračunate, te se ne može očitati vjerovatnoća za bilo koje ***tα***): **u odgovarajćem redu se izabere *tα* i očita se vjerovatnoća iz zaglavlja odgovarajuće kolone.**

   primjer: naći vjerovatnoću da je t<2,764, ako slučajna promjenljiva sa Studentovom raspodjelom ima 10 stepeni slobode. Odgovor: P(t<2,764)=0,99

2. očitati koja je vrijednost ***tα*** za odgovarajuću unaprijed zadatu vjerovatnoću, odnosno tako da bude ispunjen uslov: P(t<***tα***)=p

   primjer: ako je 0,995 vjerovatnoća da slučajna promjenljiva sa Studentovom raspodjelom uzme vrijednost manju od ***tα*** naći ***tα*** ako promjenljiva ima 10 stepeni slobode. Odgovor: P(t< ***tα***)=0,995, slijedi ***tα***=3,169

3. sračunati vjerovatnoću da slučajna promjenljiva uzme vrijednost na nekom intervalu, odnosno sračunati: ***P(tα$_1$<t<tα$_2$)=P(t<tα$_2$)-P(t<tα$_1$)***

   primjer: Naći vjerovatnoću da slučajna promjenljiva sa Studentovom raspodjelom (sa 10 stepeni slobode) uzme vijednosti na intervalu (2,76; 3,169)

   P(tα$_1$<t<tα$_2$)=P(t<tα$_2$)-P(t<tα$_1$)=0,995-0,99